Différentes représentations du nombre

Introduction :

Le nombre est un concept qui nous est à tous, professeurs de mathématiques, extrêmement familier. On le manipule et on le fait manipuler à tous les niveaux de la scolarité. Lebesgue dans son livre *Sur la mesure des grandeurs* nous offre une définition du nombre, non à travers une définition formelle du concept mais comme conséquence de l'opération qui l'engendre.

Ainsi pour Lebesgue (p 2) *« la mesure des grandeurs est le point de départ de toutes les applications des mathématiques et comme les mathématiques appliquées ont évidemment précédé les mathématiques pures, la logique mathématique, on imagine d'ordinaire que la mesure des aires et des volumes est à l'origine de la Géométrie ; d'autre part, cette mesure fournit le nombre, c'est-à-dire l'objet même de l'Analyse. »*

Cette approche nous propose de réfléchir d'abord à la mesure des grandeurs perçue comme indissociable du concept nombre. Ainsi se forme un couple Grandeur-Nombre dans lequel le nombre n'existe que par les transformations qu'il permet de réaliser. Ceci reste-il valable aujourd'hui ?

I. Premières définitions :

1. Ce qu'en dit Wikipedia

Le réflexe aujourd'hui est de chercher la définition que propose Wikipedia :

*« Un nombre est un concept permettant d'**évaluer et de comparer** des quantités ou des rapports de grandeurs, mais aussi d'**ordonner** des éléments par une numérotation. Souvent écrits à l'aide d'un ou plusieurs chiffres, les nombres interagissent par le biais d'opérations qui sont résumées par des règles de calcul. Les propriétés de ces relations entre les nombres sont l'objet d'étude de l'arithmétique, qui se prolonge avec la théorie des nombres. »*

Cette définition fait aussi référence à la théorie des grandeurs. Mais aussitôt une précision remarquable :

« En l'absence d'une définition générale satisfaisante de cette notion, les mathématiques proposent plusieurs types de nombres pour exprimer des mesures physiques, résoudre des équations, voire pour appréhender l'infini. »

Donc, à défaut d'exprimer ce qu'est un nombre, on évoque ce qu'ils nous permettront d'effectuer et cette remarque renvoie les nombres au champ du calcul et de la résolution d'équations c'est-à-dire les vastes domaines mathématiques de l'analyse et de l'algèbre.

Un peu frustrée par ces propositions wikipédiennes, j'ai consulté le TLFI.

2. Et le TLFI?

Ce dernier commence ainsi :

Concept de base des mathématiques, une des notions fondamentales de l'entendement que l'on peut rapporter à d'autres idées (pluralité, ensemble, correspondances) mais qu'on ne peut définir.

Il précise plus loin : *Symbole ou représentation graphique de ce concept* et il fait ainsi référence à une image visuelle de ce concept. S'ensuit une longue énumération des différents nombres en précisant qu'il s'agit de mathématiques car ce concept apparaît aussi dans d'autres champs de la pensée humaine dont la physique, la chimie, l'architecture.

Pour ce dictionnaire de référence, le concept de nombre est même impossible à définir. Il se contente de l'illustrer en fournissant une liste (exhaustive ?) des différents nombres utilisés les cataloguant selon leur nature ou leur utilisation :

α) [Les principales catégories distinguées selon la nature du nombre] Nombre absolu, exact, rond . LEIF 1974).
— *Nombre entier.*
◆ *Nombre (entier) naturel*
◆ *Nombre positif*
◆ *Nombre négatif. nombre positif.*
— *Nombre rationnel.*
◆ *Nombre fractionnaire*.*
— *Nombre irrationnel*
◆ *Nombre transcendant.*
— *Nombre réel.*
— *Nombre complexe.*
◆ *Nombre commensurable*. Nombre hypercomplexe.*
◆ *Nombre imaginaire*
◆ *Nombre incommensurable.*

β) **[Distinctions établies selon l'utilisation de la notion de nombre]** *Nombre nombrant, nombre nombré*
— *Nombre abstrait..*
◆ *Nombre algébrique*
◆ *Nombre arithmétique*
◆ *Nombre concret.*
— *Nombre composé.*
◆ *Nombre décimal.*
◆ *Nombre pair.*
◆ *Nombre parfait*
◆ *Nombre premier*
— *Nombre cardinal*
◆ *Nombre fini.*
◆ *Nombre ordinal.*
◆ *Nombre transfini.*

Cette distinction entre nombres rappelle celle – qui nous est familière – évoquant des ensembles de nombres regroupés par leur nature et les nombres qui présentent des propriétés particulières.

Cependant la lecture de ces deux articles révèle que les mathématiciens n'ont pas de définition "satisfaisante" du nombre et qu'il existe plusieurs types de nombres. Plutôt que de types de nombres pourrait-on parler de représentations du nombre ? Dans cette situation, où il n'existe pas de définition homologuée du nombre, comment cherche-t-on à enseigner ce concept ?

II. Dans les programmes scolaires

L'institution scolaire organise dès le plus jeune âge le travail des élèves avec les nombres en tenant compte du fait que cette notion pré-existe socialement. Les comptines utilisant les nombres entiers ainsi que le repérage des différents symboles – apprendre à différencier les chiffres des lettres – en maternelle sont l'occasion d'une première rencontre pour les tous petits sans pour autant questionner le sens associé au nombre.

1. À l'école primaire

Pour l'école primaire, en revanche, l'Éducation Nationale a édité deux brochures spécifiques consacrées à cette notion. La lecture des documents d'accompagnement Le nombre au cycle 2 et Le nombre au cycle 3 permet de comprendre comment les élèves de 7 à 11 ans apprennent à manipuler les nombres. Ces textes, rédigés pour une grande partie par des didacticiens des mathématiques, invitent à un apprentissage progressif du sens des opérations qui s'acquiert à travers la résolution de problèmes.

L'activité de dénombrement de collections de divers objets permet l'acquisition des entiers naturels – on retrouve ici le point de vue de Lebesgue pour qui « *le nombre est considéré comme le résultat de l'opération expérimentale de dénombrement parce qu'il en est le compte-rendu complet* ».

La mise en place de la numération de position devient un outil puissant qui justifie les algorithmes des quatre opérations sur les entiers que devront maîtriser les élèves.

Les auteurs relèvent aussi la spécificité de notre système de numération orale qui peut être un obstacle à l'acquisition par certains élèves du système de numération de position chiffrée en base dix. En effet:
«*le système de numération orale (ou encore écrite avec des mots) est un système polynomial. Dans ce système, nous écrivons le nombre 2469 : deux mille quatre cent soixante–neuf. Les mots ne désignent pas les mêmes objets, certains désignant des coefficients multiplicatifs de la puissance de la base, d'autres désignant les puissances de la base correspondante et d'autres encore désignant une concaténation des deux. Localement nécessaire, l'ordre correspond davantage à une nécessité sociale qu'à une nécessité mathématique. Contrairement au système précédent, il n'est pas possible d'écrire tous les nombres entiers car il faut une infinité de mots pour désigner la suite infinie des puissances successives de 10 .* », montrant ainsi la force du système décimal comme le défendait déjà Stévin au XVIe siècle.

De plus trois fonctions du nombre sont explicitées :
1) mémoriser une quantité
2) conserver la mémoire du rang dans la collection
3) anticiper c'est-à-dire donner le résultat sans avoir à réaliser l'action pour comparer, augmenter ou diminuer. On rencontre ainsi les nombres dans leur fonctions cardinale, ordinale et comme objets sur lesquels réaliser des opérations.

2. Au collège

Si le début du collège vient renforcer les connaissances de l'école primaire, très vite les élèves sont confrontés à de nouveaux objets désignés comme nombres.

Le document d'accompagnement Les nombres au collège édité lui aussi par le ministère – prévient dès les premières lignes :« *L'appropriation de chaque catégorie de nombres est également marquée par la compréhension de propriétés qui permettent de les caractériser et qui peuvent être en continuité ou en rupture avec celles des nombres déjà connus. ».* Le pluriel dans le titre – qui n'existe pas dans la version destinée au primaire – indique qu'il s'agit maintenant de découvrir de nouveaux nombres ayant des propriétés particulières.

- Les premiers nombres non entiers rencontrés sont les **rationnels** qui doivent permettre aux élèves de manipuler différentes écritures d'un même nombre.
- Les **nombres relatifs** sont emblématiques de la difficulté qu'éprouvent de nombreux élèves à reconnaître à ces nouveaux êtres le statut de nombres. Ces nombres "au-delà de la mesure" sont difficilement associables à une grandeur. D'où la difficulté de les enseigner.
- Il en est de même pour le premier **irrationnel** π qui est le premier nombre qui ne s'écrit plus à l'aide des dix fameux chiffres... N'oublions pas non plus les racines carrées – encore un nouveau symbole – que la calculatrice 'détermine' sans effort alors que le professeur, cet empêcheur de calculer en rond, oblige à écrire "sous la forme" $a\sqrt{b}$.

On peut toutefois noter que les difficultés rencontrées par les élèves sont liées aux raisons d'apparaître de ces nouveaux nombres : ils sont construits en rupture avec les nombres entiers, plus familiers, et sont issus d'opérations trop souvent obscures et restent dénués de sens pour nombre d'entre eux. Le chemin vers les réels et la nouvelle notion de continuité qu'ils induisent est toutefois largement mis en valeur.

3. Au lycée

Pour cette période de la scolarité, l'Éducation Nationale n'a pas jugé bon d'éditer une nième brochure sur le ou les nombres. Un document cependant : Le calcul sous toutes ses formes au collège et au lycée propose une jonction entre les deux lieux de la scolarité. C'est d'ailleurs le seul écrit concernant tous les lycéens.

De même l'organisation des programmes évolue : au collège les instructions officielles sont organisées en 4 grands domaines

Organisation et gestion de données/Nombres et Calculs / Géométrie / Grandeurs et mesures.

Les savoirs en jeu dans la classe de seconde sont quant à eux découpés en trois parties : Fonctions / Géométrie / Statistiques et probabilités. La référence explicite au nombre disparaît.

Certes de nouveaux nombres- les nombres complexes vu comme un nouvel ensemble de nombres avec ses opérations propres – apparaissent en classe de terminale mais ils sont réservés aux élèves des classes scientifiques.

Ici l'enjeu n'est plus la découverte mais la manipulation des différents objets mis en place au collège. Il est même clairement explicité que « *au niveau du lycée l'intérêt du calcul ne se limite pas à la production de résultats, mais porte aussi sur son potentiel épistémique au service de la compréhension des mathématiques.* ». Un peu comme si ces considérations épistémiques n'étaient pas aussi présentes au collège !

L'accent est donc mis sur le calcul avec la mise en place de grands domaines des mathématiques comme l'analyse – à qui un livret est entièrement consacré et même un autre intitulé Les fonctions définies comme « un processus faisant correspondre un nombre à un autre nombre ».

La lecture de ces différents documents semble montrer que la notion de nombre est acquise à la sortie du collège et qu'il s'agit alors de bâtir de nouvelle théories utilisant ces objets pour "faire des mathématiques".

III. Un cas particulier : les nombres brésiliens

La notion de nombre, présente durant toute la scolarité, est intrinsèquement liée au travail intellectuel produit en manipulant ces objets. De par mon expérience actuelle en collège, j'ai cherché à interroger ma propre représentation de ce concept . Le recensement, proposé par le TLFI, des différents nombres- plus ou moins familiers comme les nombres hypercomplexes - me semble insuffisant .

François Moussavou m'avait parlé des nombres brésiliens et cette question portant sur des nombres dont on doit étudier les écritures dans différentes bases m'a semblé intéressante : un nombre se représente selon la notation la plus "parlante" pour résoudre une question donnée. En dehors du simple problème arithmétique, il s'agit pour moi d'interroger la numération décimale, si omniprésente dans l'enseignement secondaire et qui, telle qu'elle est enseignée, suggère qu'elle est "naturelle" donc évidente et donc inutile à questionner.

1. J'ai cherché :

Définition:

Un entier n est dit brésilien lorsqu'il peut s'écrire dans une base b telle que $1 < b < n-1$ avec des chiffres tous égaux.

Question trouvée sur Internet : montrer que 1994 est brésilien, mais que 1993 ne l'est pas".
Je ne cherche pas à résoudre ce problème dans un premier temps. En effet, le fait de savoir que l'un l'est et pas l'autre ferme la question me semble-t-il.

Ma question : 2013 est-il un nombre brésilien ? Puis plus généralement est-il possible de caractériser un nombre brésilien ?

De nouveaux questionnement sont apparus au cours de ma recherche dont je ferai part au fur et à mesure.

1. Dans un premier temps, il s'agit pour moi d'expliciter la définition et de m'en fournir une **première représentation sous forme de symboles familiers c'est-à-dire avec des chiffres et en base 10**. J'ai alors pris en exemple en base 2 :

   Que signifie qu'un nombre est brésilien en base 2 ? dans ce cas, pas trop le choix, c'est une suite de 1.

   Pour 1 : ce n'est pas possible car $b<n-1$. Et $(11)_2=3$ mais 3 ne correspond pas car $b<n-1$. $(111)_3=7$. **Mon premier nombre brésilien est 7**.

2. **7 est-il le plus petit nombre brésilien** ? Est-il brésilien dans d'autres bases ?
   6 est-il brésilien ? $6=(12)_4=(13)_3$.
   De même pour $5=(12)_3$ et pour 4 $4=(20)_2$.
   Donc 7 est bien le plus petit entier brésilien. Et c'est un nombre premier.
   Qu'en est-il des autres nombres premiers ? Autre question à voir plus tard.

3. Première remarque : je viens de comprendre la restriction $b<n-1$.
   En effet pour tout $n>1$ $n=(11)_{n-1}$.

4. Je pourrai continuer pour 2 mais aucun intérêt me semble-t-il .
   Mais mon objectif est atteint : entrer dans le problème en me faisant une représentation mentale de ce à quoi peut ressembler un nombre brésilien.

5. **Revenons à 2013.**

   S'il est brésilien dans une base $b<2013$, il s'écrirait $(111....1)_b$ soit $\sum_{k=0}^{k} b^k$.

   Il n'y a plus qu'à déterminer n et k .
   Mais cette forme de somme me rassure : des suites géométriques ! Ça je pense y arriver.
   Donc $2013=\sum_{k=0}^{m} b^k=\dfrac{b^{m+1}-1}{b-1}$. mais là je ne vois pas trop quoi en faire.
   Je ne sais rien sur m , ni sur b .
   Et je ne m'imagine pas tester tous les entiers $b<2012$.

6. Retour sur la définition et je m'aperçois de **mon erreur** : la définition prévoit des chiffres tous égaux et je l'ai traduite en suite de 1. Confusion me semble-t-il avec ma tentative de déterminer les nombres brésiliens en base 2 où seul le 1 est possible.

7. Et d'ailleurs en base 2 que donne ma somme ? $n=\dfrac{2^{n+1}-1}{2-1}=2^{n+1}-1$. Et on retrouve 7 ; 31 (encore un nombre premier) etc.. et surtout une condition nécessaire **en base 2 : les nombres sont impairs.**

8. **Qu'en est-il alors des nombres pairs ?** Quelques essais avec $8=(2\,2)_3$; $10=(2\,2)_4$; $12=(2\,2)_5$ me convainquent très rapidement que tous les nombres pairs sont brésiliens.

   Et d'après ces exemples n est brésilien en base $\frac{n}{2}-1$. Le montrer maintenant: si n est pair, il existe m entier tel que $n=2m=2(m-1)+2=2(m-1)+2(m-1)^0=(2\ 2)_{m-1}$.

9. Revenons encore à 2013 qui ne s'écrit plus forcément $\sum_{k=0}^{m} b^k=\frac{b^{m+1}-1}{b-1}$ mais plutôt $2013=\sum_{i=0}^{m}\alpha b^k=\alpha\frac{b^{m+1}-1}{b-1}$. Donc α est forcément un diviseur de 2013.

   Décomposons donc 2013 en produit de facteurs premiers. $2013=3\times 11\times 61$.
   Et ses diviseurs strictement inférieurs à 2012 et strictement supérieurs à 1 sont $3\ ;11\ ;61\ ;33\ ;183\ ;671$. Je crois que je n'échapperai plus à la vérification au cas par cas.
   Je vais quand même essayer de réduire encore mes essais si possible.
   $\frac{2013}{\alpha}=\frac{b^{m+1}-1}{b-1}=\sum_{k=O}^{m} b^k$. Donc $\frac{2013}{\alpha}-1=\sum_{k=1}^{m} b^k=b\sum_{k=0}^{m-1} b^k$. Donc b divise $\frac{2013}{\alpha}-1$.

10. **Avec** $\alpha=3$ **:** $2013=(3....3)_b$ et $671=\frac{b^{n+1}-1}{b-1}$ donc $3<b<670$ et b divise $\frac{2013}{3}-1=670$. Les seules valeurs possibles sont donc 5 et 67.

    pour $b=5$ le reste est bien 3. De plus
    $2013=5\times 402+3=5\times(5\times 80+2)+3=5\times(5\times 5\times 16+2)+3$

    donc $2013=5\times(5\times 5\times(3\times 5+1)+2)+3=3\times 5^4+5^3+2\times 5+3$

    soit $2013=(3123)_5$ non brésilien en base 5.

    et en base 67 $2013=67\times 30+3$ donc $2013=(67\,3)_{67}$ non brésilien en base 67.

11. **Avec** $\alpha=11$ **:** $2013=(11....11)_b$ et $183=\frac{b^{n+1}-1}{b-1}$

    donc $11<b<182$ et b divise $\frac{2013}{11}-1=182$. La seule valeur possible est donc 13.

    en base 13 $2013=13\times 154+11=13\times 14\times 11+11=13\times(11\times(13+1))+11$

    c'est-à-dire $2013=11\times 13^2+11\times 13+11$ d'où $2013=(11\,11\,11)_{13}$

    Bingo : **2013 est brésilien en base 13.**

12. **Avec** $\alpha=61$ **:** $2013=(61....61)_b$ et $33=\frac{b^{n+1}-1}{b-1}$

    donc $33<b$ et $b<61$. Impossible.

    Aurai-je pu anticiper cette impossibilité?
    À voir plus tard avec les conditions sur b.

13. Quelles sont les conditions sur b ?

    b divise $\frac{2013}{\alpha}-1$ et $b>\alpha$

    donc $\alpha<b<\frac{2013}{\alpha}-1$.

    Donc si $\alpha>\frac{2013}{\alpha}-1$, inutile de chercher.

14. **Avec** $\alpha=33$ **:** $2013=(33....33)_b$ et $61=\dfrac{b^{n+1}-1}{b-1}$

donc $33<b<60$ et b divise $\dfrac{2013}{33}-1=60$.

La seule valeur possible est donc 60.
En base 60 $2013=60\times 33+33$
donc $2013=(33\,33)_{60}$. **Brésilien en base 60**.

15. **Avec** $\alpha=183$ **:** $2013=(183....183)_b$ et $11=\dfrac{b^{n+1}-1}{b-1}$

donc $183<b$ et $b<10$. Impossible.

16. **Avec** $\alpha=671$ **:** $2013=(671....671)_b$ et $3=\dfrac{b^{n+1}-1}{b-1}$

donc $671<b$ et $b<2$.
Impossible.

Premier Bilan :
Ce premier travail a permis de montrer que 2013 est bien un nombre brésilien. Et même il est brésilien dans deux bases différentes.

Le travail élaboré dans un cas particulier incite à se demander si ce résultat était possible à anticiper . Il a tout de même permis de me faire une idée plus précise de l'idée de nombre brésilien et surtout il m'a donné la possibilité de m'éloigner du cas particulier en me fournissant des pistes de réflexions pour les démonstrations générales.

Cependant, bien plus que des réponses, cet exercice soulève bien d'autres questions.

1. Toujours pas de critères simples pour déterminer si un nombre quelconque est brésilien ou pas. Enfin presque pas puisque tous les nombres pairs supérieurs à 7 le sont. D'où une infinité de nombres brésiliens.
2. Qu'en est-il des nombres premiers ?
3. Et les nombres brésiliens dans au moins deux bases différentes ?

Histoire d'y voir plus clair, une version plus formalisée s'impose :

2. Tentative de généralisation

Définition :
Un entier naturel n est dit brésilien lorsqu'il peut s'écrire dans une base b telle que $1<b<n-1$ avec des chiffres tous égaux.

Exemple : Tous les nombres brésiliens en base 2 s'écrivent 2^m-1 avec $m>3$.

En effet $n=(1\,1\,.....\,1)_2=\sum_{k=0}^{m}2^k=\dfrac{2^{m+1}-1}{2-1}$.

Ainsi 7 est le plus petit entier naturel brésilien.

Notation : si n est brésilien dans une base b telle que $1 < b < n-1$, il s'écrit

$$n=\sum_{k=0}^{m} \alpha b^k \quad \text{avec } \alpha<b \text{. On notera } n=(\alpha\ \alpha\ \ldots .\ \alpha)_b \text{.}$$

Remarque : Pour tout entier naturel n, on a $n=(11)_{n-1}$.

Proposition 1 : Si n est brésilien dans une base b avec $1 < b < n-1$, alors α divise n.

Démonstration :

n est brésilien en base b donc $n=\sum_{k=0}^{m} \alpha b^k=\alpha \sum_{k=0}^{m} b^k=\alpha \dfrac{b^{m+1}-1}{b-1}$ donc $\alpha \mid n$.

Il s'agit de déterminer les bases possibles pour un nombre n donné.

Proposition 2 : Si n est brésilien dans une base b avec $1 < b < n-1$, alors $\alpha<b<\dfrac{n}{\alpha}-1$.

Démonstration :

n est brésilien en base b donc $n=\sum_{k=0}^{m} \alpha b^k=\alpha \sum_{k=0}^{m} b^k=\alpha \dfrac{b^{m+1}-1}{b-1}$

d'où $\dfrac{n}{\alpha}=\sum_{k=0}^{m} b^k=1+\sum_{k=1}^{m} b^k$. Donc $\dfrac{n}{\alpha}-1=\sum_{k=1}^{m} b^k=\sum_{k=0}^{m-1} b^k$.

Ainsi $\dfrac{n}{\alpha}-1$ est brésilien en base b.

Un cas particulier : 2013 est-il brésilien ?

D'après la proposition 1 $\alpha \mid n$ et $2013=3\times 11\times 61$.
donc $\alpha\in\{3\ ;11\ ;61\ ;33\ ;183\ ;671\}$.
Et d'après la proposition 2 $\alpha<b<\dfrac{n}{\alpha}-1$.
d'où $\alpha=671$ et $\alpha=183$ et $\alpha=61$ impossibles.
On montre alors que 2013 est brésilien en base 13 $2013=(11\,11\,11)_{13}$
et en base 60 avec $2013=(33\,33)_{60}$.

Corollaire :
Supposons que n est un nombre premier. Si n est un nombre brésilien, alors $\alpha=1$ et $b \mid n-1$.

Remarque : il existe des nombres brésiliens premiers comme 7 et 31 en base 2 tandis que 11 ne l'est pas. Mais peut-on aisément les caractériser ?

Après cette ébauche d'étude de certains nombres brésiliens, il s'avère pertinent de proposer une étude des nombres brésiliens qui s'écrivent $n=(1\,1\ldots ..1)_b$.
Cependant je n'ai pu encore trouver de résultats intéressants.

IV. Conclusion

Les différentes représentations du nombre traversent le cursus scolaire français. Contrairement à ce que préconisait Lebesgue au début du siècle précédent, le nombre n'y est pas associé à la notion de grandeur. Il n'est pas ce qui mesure mais il a pris une existence propre qui s'appuie sur la représentation sociale "commune". Au lieu d'être des objets à questionner et donc à comprendre dans leur fonctionnement, ils servent certes à résoudre des problèmes concrets mais au collège en tout cas, ils ne deviennent jamais objets mathématiques en tant que tels.

Ce travail sur les nombres brésiliens a-t-il éclairé les représentations du nombre que l'on peut avoir? En dehors du plaisir ressenti à "chercher et faire des mathématiques" dans la perspective décrite par les instructions officielles, je me suis intéressée à ma propre démarche que j'ai essayée de retranscrire. Mais l'exercice s'est révélé plus ardu que prévu : à force de garder toutes les traces de mon propre cheminement, l'activité mathématique s'en est trouvée réduite, elle est devenue prétexte à comprendre une démarche d'investigation particulière sans réelle finalité mathématique.

Cependant, l'intérêt de cet exercice - qui s'est avéré très récréatif – m'a montré les limites du travail solitaire. Je me suis parfois fourvoyée sans penser à utiliser des outils de contrôle pourtant accessibles: des vérifications sur des cas simples m'auraient évité bien du temps perdu.

De plus, le passage de différents systèmes décimaux m'a permis de comprendre l'attachement quasi-mystique que j'entretenais avec le système décimal. Difficile de m'en défaire et les allers-retours furent l'occasion de quelques erreurs de calculs simplistes.

Rédiger ainsi une narration de recherche, comme certaines activités scolaires le préconisent ne fut pas chose aisée. En effet, plus que la découverte de résultats pertinents, ce travail m'a obligée à me concentrer sur les mécanismes que je mettais en place pour résoudre les difficultés au fur et à mesure, occultant par là même la perspective de "trouver".

Cependant, ce travail ne sera pas vain. Il a aussi été l'occasion de penser un travail scolaire dont la pertinence est encore à construire. La casquette de " prof de collège" dont je n'ai pu me départir m'a amenée à réfléchir à ce concept indéfinissable et pourtant omniprésent. Il me semble aujourd'hui que la proposition de Lebesgue – qui donne sens au nombre dans l'idée qu'il est celui qui mesure- pourrait trouver toute sa place dans l'enseignement actuel au collège.

Bibliographie

CHEVALLARD Yves *Une réforme inaccomplie* in La Gazette des mathématiciens, no 54, 2002

FÉLIX Lucienne *Henri Lebesgue, l'enseignement et la didactique des mathématiques*. 1990

FRIEDELMEYER Jean-Pierre *Grandeurs et nombres. L'histoire édifiante d'un couple fécond* in Repères IREM 2001

LEBESGUE Henri . *La mesure des grandeurs*

PERRIN Daniel *L'expérimentation en mathématique* in Petit x n°73 ,2007

PRESSIAT André *La place des grandeurs dans la construction des mathématiques*

SCHOTT Bernard *Les nombres brésiliens* in Quadrature n◦ 76 (2010)

STEVIN Simon *La dîme* 1585

RESSOUCES MINISTÉRIELLES : *Le nombre au cycle 2*
Le nombre au cycle 3
Les nombres au collège
Le calcul sous toutes ses formes au collège et au lycée